

目次

第 1 章	数列	13
1.1	数列の基本と等差数列・等比数列	14
1.1.1	数列の定義と記号	14
1.1.2	等差数列	22
1.1.3	等比数列	30
1.2	いろいろな数列の和	34
1.2.1	和が求められる原理	34
1.2.2	有理化および部分分数分解を利用した和の求め方	37
1.2.3	連続整数の積の和	42
1.2.4	k^m ($k = 1, 2, 3, \dots, n$) の和	49
1.2.5	その他の場合	59
1.3	数列の応用	61
1.3.1	階差数列	61
1.3.2	数列の和と一般項の関係	67
1.3.3	数列の最大の項	69
1.3.4	群数列	74
第 2 章	漸化式	77
2.1	漸化式によって定義される数列	78
2.1.1	漸化式と数列	78
2.1.2	漸化式を作る	80
2.2	数列の漸化式から一般項を求める方法	84
2.2.1	$a_{n+1} = pa_n + q$ ($p \neq 0, 1$)	85
2.2.2	$a_{n+1} = a_n + f(n)$	93
2.2.3	$a_{n+1} = pa_n + f(n)$ ($p \neq 0, 1$)	96
2.2.4	$a_{n+2} = pa_{n+1} + qa_n$	103
2.2.5	分数型漸化式	107

2.2.6	連立型漸化式	111
2.2.7	その他の漸化式	115
第 3 章	数学的帰納法	119
3.1	数学的帰納法とその考え方	120
3.2	数学的帰納法の変形	131
3.2.1	$n = k, k + 1$ の場合を仮定して $n = k + 2$ の場合を示すケース	131
3.2.2	k 以下をすべて仮定するケース	135
3.2.3	2 つの命題が相互に関係する場合	139
第 4 章	数列の極限	143
4.1	数列の収束と発散	144
4.1.1	数列の収束と発散の定義	144
4.1.2	数列の極限の基本性質	148
4.1.3	不定形の極限とその計算	152
4.1.4	極限の感覚 (♠)	162
4.1.5	収束に関する注意	166
4.2	数列の評価と極限	168
4.2.1	はさみうちの原理	168
4.2.2	発散の速さと重要な極限	171
4.2.3	漸化式で与えられる数列の極限	176
4.2.4	ガウス記号と評価	191
4.2.5	その他の数列の評価と数列の極限	199
4.3	無限級数	205
4.3.1	無限級数とは	205
4.3.2	無限級数の収束と発散に関する補足	214
4.3.3	無限等比級数	218
4.3.4	自然数の逆数の和	225
付録 A	本編を理解するために	233
A.1	数式変形のための基本公式	234
A.2	指数の計算法則	236
付録 B	発展編	239
B.1	$n = 1$ の場合が例外になる場合について	240
B.1.1	和から一般項を求める問題	240

B.1.2	階差から一般項を求める問題	241
B.2	数列の極限および級数に関する注意点	244
B.2.1	極限の表現に関する注意点	244
B.2.2	数列の極限および級数に関する基礎事項の確認	246
B.2.3	極限の問題で見られる誤答案	248
B.3	格子点の個数と極限	254
付録 C	未来の研究者のために	259
C.1	数列の和の視覚化	260
C.1.1	$\sum_{k=1}^n k$	260
C.1.2	$\sum_{k=1}^n k^2$	262
C.1.3	$\sum_{k=1}^n k^3$	265
C.2	k^m ($k = 1, 2, 3, \dots, n$) の和について	267
C.2.1	和の公式	267
C.2.2	係数に関する性質	268
C.2.3	k^3 の和と k の和の関係およびその周辺公式	274
C.3	収束に関する補足	277
C.3.1	$\varepsilon - N$ 論法	277
C.3.2	はさみうちの定理	283
C.3.3	チェザロ平均	284
C.3.4	上に有界な増加数列の性質	287
C.4	フィボナッチ数列	294
C.4.1	フィボナッチ数列の起源と定義	294
C.4.2	フィボナッチ数列の 1 の位	296
C.4.3	フィボナッチ数列の性質	300
問いの解答		303