か弓形と弓形を合わせた図形 (2 つの円の共通部分) になっているんだ。こういうのは, 平面 $z=k$ で切っても断面積を k で表すのは難しいので $k=\cos\theta$ などとおいて断面積が求められるように k とは別のパラメータを設定しなければならないんだよね。それから, 断面積を θ で表した後で, その表した式を θ で積分しても体積は求められないという点もこれらの問題に見られる共通の考え方なんだよね。

幸一: へぇー。大学生ってみんなこんなに詳しいの?

るい: 塾の先生もやっているんだって。しゃべり方も先生ぽいし。

岩田: それでさ, この 2 題以外にも,

****

(平成 17 年・理系第 6 問) (解答は p.154)

r を正の実数とする。 xyz 空間において

$$x^2+y^2 \leqq r^2, \quad y^2+z^2 \geqq r^2, \quad z^2+x^2 \leqq r^2$$

を満たす点全体からなる立体の体積を求めよ。

****

なども切り口に円の「一部」が現れるんだよ。これ以外にもあって, 平成 6 年から 17 年までの 12 回の入試の中で 4 回同じような考え方のする問題が出題されたことになるんだ。

幸一: なるほど, 過去問ってそういうふうに見るのか。あのー, じゃあこの問題なんかは特徴的なんですか?

[幸一君は【問題 6 – 3 】を岩田君に見せました。]

岩田: ああ, これね。十分東大的だよ。

幸一: どこがですか?

岩田: 例えば, こんな問題はできるかい。

「$f(x)=3x-1$ とする。$f(x)=k$ を満たす x が $-1 \leqq x \leqq 2$ の範囲に存在するような k の範囲を求めよ。」

ってどうやって解く?